

## **Bab II**

### **KAJIAN PUSTAKA**

#### **A. Berpikir Matematis Rigor (*Rigorous Mathematical Thinking*)**

Kinard (Sumanti, 2017:20) mendefinisikan berpikir matematis rigor sebagai sintesis dan pemanfaatan operasi mental untuk :

1. Memperoleh wawasan tentang pola dan hubungan;
2. Menerapkan perangkat budaya untuk membentuk konseptualisasi dan pemahaman;
3. Mengubah dan menggeneralisasikan pembentukan konsep dan pemahaman yang jelas;
4. Merancang penggunaan ide-ide untuk memfasilitasi pemecahan masalah dan pengetahuan baru lainnya dalam berbagai konteks dan bidang kegiatan manusia;
5. Melakukan pengujian kritis, analisis, instrospeksi, dan pemantauan dari struktur, operasi, dan proses berpikir matematis rigor untuk pemahaman dirinya dan integritas intrinsiknya.

Selain itu, pengertian berpikir matematis rigor menurut Mushab Abdurrahman (2017:1) berpikir matematis rigor merupakan pendekatan pembelajaran yang memanfaatkan mediasi guru dan operasi mental siswa untuk mengkonstruksi konsep. Sedangkan menurut Wardhani (2017:21) rangkaian pembelajaran dalam berpikir matematis rigor merupakan pembelajaran yang menjembatani antara pembelajaran langsung dan tidak langsung. Dalam berpikir matematis rigor siswa dipantau dan diarahkan selama

proses untuk siap dalam memahami dan membangun konsep serta pemecahan masalah dalam matematika. Adapun menurut Kinard (2006:2) salah satu konstruksi teori berpikir matematis rigor adalah dinamika yang menyusun kerangka kerja logis dan kecenderungan pengorganisasian untuk berbagai upaya sosial-budaya melalui penemuan, definisi, dan orkestrasi aspek-aspek objek kualitatif dan kuantitatif dan peristiwa di alam dan aktivitas manusia.

Berdasarkan Kinard dan Falik (Kinard, 2006:6) menyatakan unsur-unsur rigor antara lain : elemen dasar rigor, elemen sistemik rigor dan superstruktur rigor tingkat tinggi. Berikut penjelasannya.

- a) Elemen dasar, menjelaskan tentang ketajaman dalam fokus dan persepsi, kejelasan dan kelengkapan dalam definisi, konseptual, dan penggambaran krisis atribut, serta presisi dan akurasi.
- b) Elemen sistemik, menjelaskan tentang penyelidikan kritis pencarian kebenaran secara intens (logis) serta keterlibatan mental yang intensif dan agresif untuk menciptakan kualitas pemikiran yang tinggi.
- c) Elemen superstruktur tingkat tinggi, menjelaskan bahwa rigor melibatkan pola pikir kritis, dan keinginan yang kuat serta gigih dalam memahami masalah secara mendalam.

Kinard (Sumanti, 2017:22) menyatakan bahwa pendekatan berpikir matematis rigor didasari oleh dua teori utama, yaitu teori peralatan psikologi Vygotsky dan teori *Mediated Learning Experience (MLE)* Feuerstein.

## **1. Teori Sosio-Kultural Vygotsky**

Menurut Kinard (Sumanti, 2017:23) teori Vygotsky menegaskan bahwa perkembangan pengetahuan siswa berasal dari interaksi dengan lingkungan sosialnya, baru kemudian proses internalisasi yang terjadi dalam diri sendiri. Teori sosio-kultural mengidentifikasi adanya tiga kelompok mediator antara peserta didik dan lingkungannya, antara lain : mediator fisik meliputi peralatan materiil dan teknologi; mediator alat simbolis meliputi isyarat, bahasa, dan grafik; dan mediator manusia meliputi orangtua, guru, dan teman sebaya.

Salah satu konsep dalam teori sosio-kultural Vygotsky yang penting adalah peralatan psikologi. Peralatan Psikologis menurut Kinard (2007:2) adalah artefak simbolis- tanda simbol, teks, rumus, perangkat grafik-simbolik yang membantu menguasai fungsi psikologis alami yaitu, persepsi, memori, perhatian, kemauan, dll.

## **2. Belajar Termediasi**

Berdasarkan Kinard (2006:8) *Mediated Learning Experience (MLE)* yang di cetuskan oleh Prof. Reuven Feuerstein. Feuerstein (1991) mendefinisikan bahwa MLE sebagai kualitas atau modalitas pembelajaran yang membutuhkan mediator manusia yang memandu dan memelihara perantara (siswa) dengan menggunakan tiga kriteria, antara lain: intensionalitas/ timbal balik; transendensi (menjembatani); dan memberi makna. Sehingga siswa dapat menghasilkan, mengubah, mewakili, memanipulasi, dan

menerapkan wawasan yang berasal dari pola dan hubungan, serta menciptakan berpikir matematis rigor.

Berpikir matematis rigor menggunakan tiga fase. fase I: pengembangan kognitif, fase II: pengembangan konten sebagai proses, dan fase III: praktik konstruksi konseptual kognitif. Berdasarkan seluruh uraian diatas mengenai teori-teori yang terkandung dalam berpikir matematis rigor, maka Kinard (2007) menjelaskan bahwa tujuan dari berpikir matematis rigor adalah untuk membekali siswa dengan kapasitas dan motivasi untuk membangun dan menerapkan pemahaman konseptual matematika mendalam. Sedangkan menurut peneliti, berpikir matematis rigor adalah aktivitas mental yang digunakan untuk menggali pemahaman seorang siswa, jika dimediasi (dituntun) dalam bidang kognitifnya untuk memecahkan suatu masalah matematis yang akan dihadapi oleh siswa tersebut.

Dalam penelitian ini, peneliti menggunakan pengertian berpikir matematis rigor yang ditinjau pada Fitriyani (2011:131) berpikir matematis rigor adalah suatu aktivitas berpikir matematis yang melibatkan penggunaan beberapa fungsi kognitif dimana dalam penggunaannya berpikir matematis rigor dikategorikan dalam tiga level yaitu level 1 (level berpikir kualitatif), level 2 (level berpikir kuantitatif) dan level 3 (level berpikir relasional abstrak). Berikut merupakan tabel yang berisi tentang deskripsi umum tiga level fungsi kognitif berpikir matematis rigor menurut Kinard (Fitriyani, 2011:131).

**Tabel 2.1 Level Fungsi Kognitif Berpikir Matematis Rigor**

<b>Fungsi kognitif</b>	<b>Definisi</b>
<b>Level 1 - Fungsi Kognitif Umum Untuk Berpikir Kualitatif</b>	
Pelabelan	Memberi sesuatu nama bangun berdasarkan atribut kritisnya (misalnya simbol sejajar, sama panjang, siku-siku).
Visualisasi	Mengkonstruksi gambar (bangun) itu dalam pikiran atau menghasilkan konstruk yang terinternalisasi dari sebuah objek namanya diberikan.
Perbandingan	Mencari persamaan dan perbedaan (dalam hal ciri atau atribut kritisnya) antara dua objek.
Pencarian secara sistematis untuk mengumpulkan dan melengkapi informasi	Memperhatikan (misal gambar) dengan seksama, terorganisir, dan penuh rencana untuk mengumpulkan dan melengkapi informasi.
Penggunaan lebih dari satu informasi	Bekerja secara mental dengan lebih dari satu konsep pada saat yang sama (warna, ukuran, bentuk atau situasi dari berbagai sudut pandang).
Penyandian ( <i>Encoding</i> )	Memaknai (objek) kode/symbol.
Pemecahan kode ( <i>Decoding</i> )	Mengartikan suatu kode/symbol suatu objek.
<b>Level 2 - Fungsi Kognitif Untuk Berpikir Kuantitatif Dengan Ketelitian</b>	
Pengawetan Ketetapan	Mengidentifikasi apa yang tetap sama dalam hal atribut, konsep atau hubungan sementara beberapa hal lainnya berubah.
Pengukuran ruang dan hubungan spasial	Menggunakan referensi internal/eksternal sebagai panduan untuk mengatur, menganalisis hubungan spasial berdasarkan hubungan keseluruhan ke sebagian.
Penganalisisan	Memecah keseluruhan atau menguraikan kuantitas ke dalam atribut kritis atau susunannya.
Integrasi	Membangun keseluruhan dengan menggabungkan bagian-bagian atau atribut kritisnya.
Generalisasi	Mengamati dan menggambarkan sifat suatu objek tanpa merujuk pada rincian khusus atau atribut kritisnya.
Teliti	Menyimpulkan /memutuskan dengan fokus dan tepat.
<b>Level 3 - Fungsi Kognitif Untuk Pemikiran Relasional Abstrak</b>	

<b>Fungsi kognitif</b>	<b>Definisi</b>
Pengaktifkan Pengetahuan Matematika Sebelumnya	Menghubungkan pengetahuan sebelumnya untuk menghubungkan dan menyesuaikan aspek yang sedang dipikirkan dengan aspek pengalaman.
Penyediaan Bukti Matematika Logis	Memberikan rincian petunjuk, dan bukti yang masuk akal untuk membuktikan kebenaran suatu pernyataan.
Pengartikulasi (pelafalan) kejadian matematika logis	Membangun dugaan, pertanyaan, pencarian jawaban, dan mengkomunikasikan penjelasan yang sesuai dengan aturan matematika.
Pendefinisian Masalah	Mencermati masalah dengan menganalisis dan melihat hubungan untuk mengetahui secara tepat apa yang harus dilakukan secara matematis.
Berpikir hipotesis	Membentuk proposisi matematika atau dugaan dan mencari bukti matematis untuk mendukung atau menyangkal proposisi atau dugaannya tersebut.
Berpikir inferensial	Mengembangkan generalisasi dan bukti yang valid berdasarkan sejumlah kejadian matematika.
Pemroyeksi dan perestruktur hubungan	Membuat hubungan antara objek atau kejadian yang tampak dan membangun kembali keberadaan hubungan antara objek atau kejadian untuk memecahkan masalah baru.
Pembentuk hubungan kuantitatif proposional	Menetapkan hubungan kuantitatif yang menghubungkan konsep A dan konsep B dengan menentukan beberapa banyak konsep A dan hubungannya dengan konsep B.
Berpikir induktif matematis	Mengambil aspek dari berbagai rincian matematis yang diberikan untuk membentuk pola, mengkategorikan ke dalam hubungan atribut umum dan mengatur hasilnya untuk membentuk aturan matematika umum, prinsip, panduan.
Berpikir deduktif matematis	Menerapkan aturan umum atau rumus untuk situasi khusus.
Berpikir rasional matematis	Mempertimbangkan proposisi matematika yang menyajikan hubungan antara dua objek matematika, A dan B, dengan proposisi matematika kedua yang

<b>Fungsi kognitif</b>	<b>Definisi</b>
	menyajikan hubungan antara konsep A dan C dan kemudian menyimpulkan hubungan anatar B dan C.
Penjabaran aktivitas matematis	Merefleksikan dan menganalisis matematika.

Sumber : artikel penelitian Identifikasi Kemampuan Berpikir Matematis Rigor Siswa SMP Berkemampuan Matematika Sedang Dalam Menyelesaikan Soal Matematika oleh H. Fitriyani (2011)

Berdasarkan tabel di atas, peneliti memilih beberapa indikator yang disesuaikan dengan soal tugas pemecahan masalah sehingga digunakan sebagai standar untuk menggolongkan subjek kedalam rigor berdasarkan level kognitif tersebut.

**Tabel 2.2 Level Fungsi Kognitif Berpikir Matematis Rigor Yang Dimodifikasi**

<b>Fungsi kognitif</b>	<b>Definisi</b>	<b>Perlakuan</b>
<b>Level 1 - Fungsi Kognitif Umum Untuk Berpikir Kualitatif</b>		
Pelabelan	Memberi sesuatu nama bangun berdasarkan atribut kritisnya (misalnya simbol sejajar, sama panjang, siku-siku).	Subjek menyebutkan nama bangun yang tersaji pada soal berdasarkan ciri bangun.
Visualisasi	Mengkonstruksi gambar (bangun) itu dalam pikiran atau menghasilkan konstruk yang terinternalisasi dari sebuah objek namanya diberikan.	Subjek mengkonstruksi gambar bangun tersebut pada soal dalam pemikirannya.
Perbandingan	Mencari persamaan dan perbedaan (dalam hal ciri atau atribut kritisnya) antara dua objek.	Subjek mencari persamaan dan perbedaan kedua bangun pada gambar.
Pencarian secara sistematis untuk mengumpulkan dan melengkapi informasi	Memperhatikan (misal gambar) dengan seksama, terorganisir, dan penuh rencana untuk mengumpulkan dan	Subjek melengkapi informasi dari bangun

<b>Fungsi kognitif</b>	<b>Definisi</b>	<b>Perlakuan</b>
	melengkapai informasi.	
Penyandian ( <i>Encoding</i> )	Memaknai (objek) kode/symbol.	Subjek memberi simbol sesuai dengan yang ada pada soal
Pemecahan kode ( <i>Decoding</i> )	Mengartikan suatu kode/symbol suatu objek.	Subjek mengartikan simbol yang ada pada soal
<b>Level 2 - Fungsi Kognitif Untuk Berpikir Kuantitatif Dengan Ketelitian</b>		
Pengawetan Ketetapan	Mengidentifikasi apa yang tetap sama dalam hal atribut, konsep atau hubungan sementara beberapa hal lainnya berubah.	Subjek mampu mengidentifikasi bangun yang tetap sama apabila diubah posisinya.
Generalisasi	Mengamati dan menggambarkan sifat suatu objek tanpa merujuk pada rincian khusus atau atribut kritisnya.	Subjek dapat mengetahui rusuk tegak pada limas segitiga berdasarkan informasi yang ada pada soal.
Teliti	Menyimpulkan /memutuskan dengan fokus dan tepat.	Subjek menjelaskan tentang langkah pertama yang harus dilakukan
<b>Level 3 - Fungsi Kognitif Untuk Pemikiran Relasional Abstrak</b>		
Pengaktifkan Pengetahuan Matematika Sebelumnya	Menghubungkan pengetahuan sebelumnya untuk menghubungkan dan menyesuaikan aspek yang sedang dipikirkan dengan aspek pengalaman.	Subjek mampu menghimpun dan menggunakan pengetahuan matematika sebelumnya untuk menyelesaikan soal.
Penyediaan Bukti Matematika Logis	Memberikan rincian petunjuk, dan bukti yang masuk akal untuk membuktikan kebenaran suatu pernyataan.	Subjek mampu memberikan rincian pendukung untuk membuktikan kebenaran pernyataan.
Pendefinisian Masalah	Mencermati masalah dengan menganalisis dan melihat hubungan untuk mengetahui secara tepat apa yang harus dilakukan secara matematis.	Subjek mencermati soal dengan menganalisis untuk memahami maksud soal dan tujuan untuk mengetahui strategi yang tepat yang digunakan.
Berpikir deduktif	Menerapkan aturan umum	Subjek memasukan rumus



<b>Fungsi kognitif</b>	<b>Definisi</b>	<b>Perlakuan</b>
matematis	atau rumus untuk situasi khusus.	sesuai perintah dalam soal.
Penjabaran aktivitas matematis	Merefleksikan dan menganalisis matematika.	subjek akan menyebutkan kembali/mengulas kembali aktivitas yang sudah dilakukan mengenai ciri-ciri secara lengkap kedua bangun, antara bangun kubus dan bangun limas segitiga.

## **B. Pemecahkan Masalah Matematis**

Hartono (2014:3) menyatakan bahwa pemecahan masalah merupakan bagian dari kurikulum matematika yang sangat penting. Hal ini dikarenakan siswa memperoleh pengalaman dalam menggunakan pengetahuan dan keterampilan untuk menyelesaikan soal yang tidak rutin. Dalam BSNP (Mawaddah & Anisah, 2015:1) ialah siswa memiliki kemampuan memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model, dan menafsirkan solusi yang diperoleh.

Widjajanti (2009:3) Memperhatikan apa yang akan diperoleh siswa dengan belajar memecahkan masalah, maka wajarlah jika pemecahan masalah adalah bagian yang sangat penting, bahkan paling penting dalam belajar matematika. Hal ini karena pada dasarnya salah satu tujuan belajar matematika bagi siswa adalah agar ia mempunyai kemampuan atau ketrampilan dalam memecahkan masalah atau soal-soal matematika, sebagai sarana baginya untuk mengasah penalaran yang cermat, logis, kritis, analitis, dan kreatif.

Sedangkan berdasarkan Hadi & Radiyatul (2014:1) Pemecahan masalah merupakan bagian dari pembelajaran matematika yang sangat penting karena

dalam proses pembelajaran maupun penyelesaiannya, siswa dimungkinkan memperoleh pengalaman menggunakan pengetahuan yang sudah dimiliki.

Effendi (2012:3) kemampuan pemecahan masalah harus dimiliki siswa untuk melatih agar terbiasa menghadapi berbagai permasalahan, baik masalah dalam matematika, masalah dalam bidang studi lain ataupun masalah dalam kehidupan sehari-hari yang semakin kompleks. Oleh sebab itu, kemampuan siswa untuk memecahkan masalah matematis perlu terus dilatih sehingga ia dapat memecahkan masalah yang ia hadapi.

Pendapat tentang pemecahan masalah matematis menurut Hendriana & Soemarni (2014:22) menyatakan bahwa proses pemecahan masalah matematik berbeda dengan proses penyelesaian soal matematika. Perbedaan tersebut terkandung dalam istilah masalah dan soal. Menyelesaikan soal atau tugas matematik belum tentu sama dengan masalah matematik. Apabila suatu tugas matematik dapat segera ditemukan cara menyelesaikannya, maka tugas tersebut tergolong dalam tugas rutin dan bukan merupakan suatu masalah. Suatu tugas matematik tergolong sebagai masalah matematik apabila tidak dapat segera diperoleh cara menyelesaikannya namun harus melalui beberapa kegiatan lainnya yang relevan.

Sedangkan menurut peneliti, pemecahan masalah matematis adalah langkah-langkah atau tahapan yang siswa gunakan dalam menyelesaikan masalah matematis yang sedang dihadapinya.